New Physics: Sae Mulli,
Vol. 71, No. 9, September 2021, pp. 782∼786
http://dx.doi.org/10.3938/NPSM.71.782

Characteristics of Polarization Due to a Linearly Polarized Wiggler in a Free-electron Laser

Soon-Kwon NAM* · Yun Seong PARK†
Department of Physics, Kangwon National University, Chunchon 24341, Korea

(Received 11 July 2021 : revised 26 July 2021 : accepted 26 July 2021)

We analyzed the characteristics of polarization due to a linearly polarized wiggler in a free-electron laser(FEL) oscillator and developed a three-dimensional free-electron laser code with a linearly polarized wiggler in a FEL oscillator for a wiggler period of 0.02 m, a wiggler length of 2 m, an electron beam energy of 13.40 MeV, and an electron beam current of 75 A. The total power due to the linearly polarized wiggler in the fundamental and higher-order modes was studied using the developed FEL code. The intensities of the radiation field with a linearly polarized wiggler for normalized emittances of 1, 5 and 10 mm·mrad were calculated. Moreover, the intensity of radiation field with linearly polarized wiggler for the normalized emittances of 1mm·mrad was compared to that of the normal wiggler. The intensity of radiation field due to the linearly polarized wiggler for the wavelength was also calculated by the developed code.

Keywords: Radiation intensity, Linearly polarized wiggler, Power

자유전자레이저에서 선형편광위글러에 기인하는 편광특성

남순권* · 박윤성†
강원대학교 물리학과, 춘천 24341, 대한민국

(2021년 7월 11일 받음, 2021년 7월 26일 수정본 받음, 2021년 7월 26일 게재 확정)

자유전자레이저에서 선형편광 위글러에 기인하는 편광 특성을 연구하였다. 진동자를 갖는 자유전자레이저에서 위글러 주기 0.02 m, 위글러 길이 2 m, 전자빔의 에너지 13.40 MeV, 전자빔의 전류가 75 A 인 경우 선형편광 위글러에 기인하는 편광효과를 고려한 3차원 자유전자레이저 시뮬레이션 코드를 개발하였다. 기본 및 고차 모드에 대한 선형편광 위글러에 기인하는 방사광의 출력이 개발된 코드에 의해 연구되었다. 규격화된 에밋턴스 1, 5 및 10mm·mrad 에 대한 선형편광 위글러에 기인하는 방사광의 세기가 계산되었다. 규격화된 에밋턴스 1 mm·mrad 인 경우의 선형편광 위글러에 대한 결과는 개발된 3차원 코드를 사용하여 일반적인 위글러에 기인하는 경우와 비교되었다. 또한 파장에 대한 선형편광 위글러에 기인하는 방사광의 세기가 개발된 코드에 의해 계산되었다.

Keywords: 방사광 세기, 선형편광 위글러, 출력

*E-mail: snam@kangwon.ac.kr
†E-mail: yunseong91@naver.com

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

I. 서 론

자유전자레이저(Free-electron laser, FEL)는 고출력 방사광을 발생시키기 위하여 상대론적인 전자빔과 위글러 자기장을 사용한다. 또한 전자빔의 에너지 및 위글러(wiggler) 자기장 등의 변화에 따라서 다양하고 폭넓은 영역에서 방사광을 발생시킬 수 있는 파장가변이 용이하다는 점은 일반적인 레이저에 비해 장점이 있다. 이러한 자유전자레이저의 특성 [1–3] 및 장점들을 이용하여 반도체 및 초전도체 구조 분석 및 개발에 관한 연구, 의학 분야, 표면 물리 연구 분야 등의 여러 분야에서 사용되어지고 있다.

자유전자레이저에서 가변편광 언듈레이터(variable-polarization undulator)에 관한 연구는 극 자외선(extreme ultraviolet) 영역과 엑스선 영역에서 임의의 편광을 제공하기위하여 방사광 가속기를 사용하여 연구 [4–6]되어 오고있다. 이러한 연구들은 높은 에너지를 사용하는 것에 비해서 펄스가 길고, 낮은 출력이 문제가 되고있다.

하지만, 고조파 발생원(higher harmonic generation source)과 같은 경우는 짧은 펄스를 생성할 수 있으나, 출력이 낮기 때문에 변환과정의 효율이 급격히 떨어져서 극자외선 영역에 제한적으로만 사용되고있다.

이 연구에서는 응용분야가 넓은 낮은 에너지 영역에서 기존의 변환과정의 낮은 효율성, 낮은 출력 및 전자 빔과 실험에서 요구되는 편광 방사광의 상호작용에 대한 정량적 해석의 결여 등에 대한 문제점을 극복하기 위한 방법으로, 자유전자레이저에서 선형편광 위글러를 사용하여 편광특성과 짧은 펄스의 생성 및 고출력을 낼 수 있는 새로운 3차원 자유전자레이저 코드를 개발하였다. 이 개발된 코드를 사용하여 자유전자레이저 시설의 설계를 위한 파라미터를 최적화하였고 편광 방사광의 특성에 관한 연구를 수행하였다.

II. 이론 및 시뮬레이션

자유전자레이저에서 선형편광 위글러에 기인하는 편광특성을 연구하기 위하여 해석적인 식을 유도하였고, 이로부터 3차원 자유전자레이저 코드를 개발하였다.

위글러의 백터포텐셜은 다음과 같이 주어진다.

$$\delta\mathbf{A}(x,y,z,t) = \hat{\mathbf{e}}_x \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=1}^{\infty} e_{l,n,h}(x,y)\times (\delta A^{(1)}_{l,n,h}\cos\varphi_h(x,y,t) + \delta A^{(2)}_{l,n,h}\sin\varphi_h(x,y,t)) \quad (1)$$

여기서, l 과 n 횡방향의 모드수, h 는 고조파수(harmonic number), $e_{l,n,h}(x,y) = \exp(-(x^2+y^2)/w_h^2)H_l(\frac{\sqrt{2}x}{w_h}H_n(\frac{\sqrt{2}x}{w_h}), H_l$ 는 차수 l인 에러밋트 다항식 (Hermite polynomial), $\varphi_h = h(jz-\omega t) + \frac{\alpha_h(x^2+y^2)}{w_h^2}$, w_h 는 h번째 하모닉의 스팟 크기 (spot size)를 나타낸다.

선형편광 위글러의 자기장은

$$\mathbf{B}_w(\mathbf{x}) = B_w(z)\left[\hat{e}_y\cosh k_w y\left(\sin k_w z - \frac{\cos k_w z}{k_w B_w}\frac{dB_w}{dz}\right) + \hat{e}_z\sinh k_w y\cos k_w z\right] \quad (2)$$

$$B_w(z) = B_w^{(s)}(z) + \Delta B_w(z) \quad (3)$$

여기서 ΔB_w 난수 생성기 (random number generator) 또는 실제 위글러의 측정된 오차를 나타낸다.

막스웰 방정식으로부터 다음과 같이 계산 할 수 있다.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\delta\mathbf{A}(x,y,z,t) = -\mu_0 J_x\hat{\mathbf{e}}_x \quad (4)$$

$$J_x = -e\sum_{j=1}^{N_e} vx_j\delta(x-x_j)\delta(y-y_j)\frac{\delta(t-\tau_j)}{|vz_j|} \quad (5)$$

여기서 vx_j 와 vz_j 는 j번째 전자의 속도에 대한 x 및 z 성분을 나타낸다. γ_j는 j번째 전자의 로렌쯔 인자(Lorentz factor). $ux_j = \gamma_j vx_j$ 이고 $uz_j = \gamma_j vz_j$.

방사광의 세기(radiation field intensity)에 대한 식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$-\frac{1}{ek}2^{-1+l+n}cm\pi^2 l!n!\left((1+l+n)\delta a^{(2)}_{l,n,h}\left(2+2\alpha_h\times\left(\alpha_h - hkw_h\frac{d}{dz}(w_h)\right) + hkw_h^2\frac{d}{dz}(\alpha_h)\right) + 2hkw_h\frac{d}{dz}(\delta a^{(1)}_{l,m,h}\cdot w_h)\right) = s^{f,(1)}_{l,n,h} \quad (6)$$

$$s^{(1)}_{l,n,h} - e\mu_0\sum_{j=1}^{N_e}\frac{ux_j}{|uz_j|}e_{l,n,h}(x_j,y_j)\sin\varphi_h(x_j,y_j,\tau_j) \quad (7)$$

$$-\frac{1}{ek}2^{-1+l+n}cm\pi^2 l!n!\Bigg((1+l+n)\delta a^{(1)}_{l,n,h}\Bigg(2+2\alpha_h\times \left(\alpha_h - hkw_h\frac{d}{dz}(w_h)\right)+hkw_h^2\frac{d}{dz}(\alpha_h)\Bigg) + 2hkw_h\frac{d}{dz}(\delta a^{(2)}_{l,m,h}\cdot w_h)\Bigg) = s^{f,(2)}_{l,n,h} \tag{8}$$

$$s^{i,(2)}_{l,n,h} - e\mu_0\sum_{j=1}^{N_e}\frac{ux_j}{|uz_j|}e_{l,n,h}(x_j,y_j)\cos\varphi_h(x_j,y_j,\tau_j) \tag{9}$$

수치적 시뮬레이션을 수행하기 위해서 선형편광 위글러에 기인하는 효과를 포함하는 3차원 다 입자 궤도추적 코드를 개발하였다.

광학장에 대한 경우는 가우스 모드를 확장(Gaussian modal expansion)하는 방법을 사용하였고, 다 입자 추적을 위한 시뮬레이션 방법인 경우는 뉴튼-로렌쯔(Newton-Lorentz)힘 방정식을 사용하며 미러, 렌즈 및 광학계와 같은 여러 광학 요소를 설치할 수 있도록 하였다. 또한 에밋턴스(emittance), 에너지 퍼짐성(energy spread), 고차 모드 및 광학적인 회절(optical diffraction)을 설명 할 수 있는 3차원 효과를 포함하였다. 전자 빔과 편광 방사과의 상호작용을 시뮬레이션하기 위해서 시뮬레이션 시간을 고려하여 입자수는 500개, 패스수는 200패스를 사용하였다.

이 시뮬레이션의 주 파라미터는 길이가 2 m이고, 주기가 0.02 m, 주기의 수 (Nw)가 100인 위글러를 사용하였다. 입사되는 전자 빔의 에너지는 13.4 MeV이며 방사광의 파장은 3.5224 μm 이다.

방사광의 파장 3.5224 μm 와 빔 에밋턴스가 1 mm·mrad 인 경우, 기본모드 및 고차 모드 $h = 1, 3$ 및 5에 대한 선형편광 위글러에 기인하는 방사광의 세기가 Fig.1과 같이 계산되었다. Figure 1에서 낮은에너지 빔(slow, $13.4/\sqrt{3}$ MeV)과 높은 에너지 빔(fast, 13.4 MeV)을 사용할 경우와 한 개의 빔(fast, 13.4 MeV)을 사용할 경우, 고차 모드 $h = 3$과 5인 경우는 출력이 약 0.1MW정도로서 두 경우 큰 차이를 보이지 않았다. 그러나, 고차 모드에 비해서 $h = 1$인 기본 모드인 경우는 출력이 약 3.5 MW로서 큰 차이를 보였다.

선형편광 위글러에 기인하는 자유전자레이저에서 빔과 방사광의 상호작용에 의한 방사광의 편광을 계산한 결과를 Fig. 2에 3차원으로 나타내었다. Figure 2에서 $\delta a_x, \delta a_y$는 횡방향의 규격화된 상대적인 진폭을 나타낸다. 방사광의

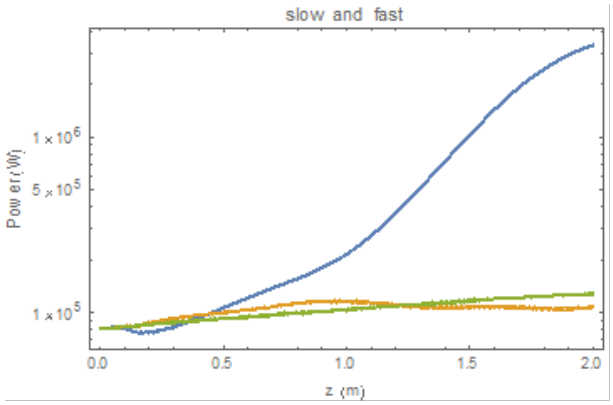

Fig. 1. (Color online) The intensities of radiation field with linearly polarized wiggler on the higher-order modes of 1, 3 and 5 for the radiation wavelength of 3.5224 μm and the normalized emittance of 1 mm·mrad.

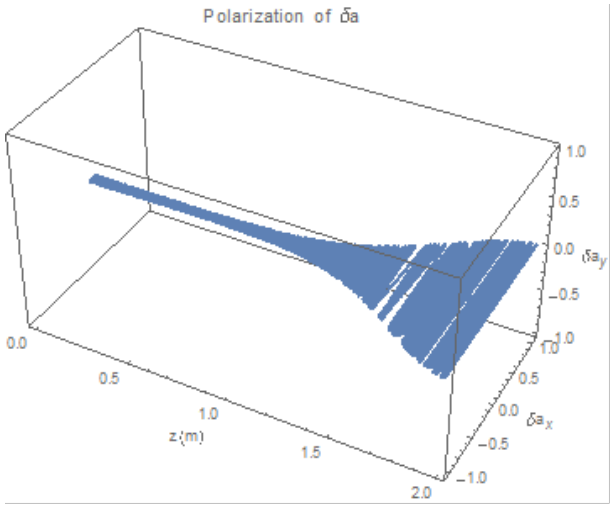

Fig. 2. (Color online) The polarization of the radiation with linearly polarized wiggler on the normalized emittance of 1 mm·mrad for the radiation wavelength of 3.5224 μm.

편광을 계산한 결과는 Fig. 2에서와 같이 위글러 끝으로 갈수록 선형 편광된 방사광의 모양을 볼 수있었다.

전자 빔의 에너지는 13.40 MeV이며 방사광의 파장은 3.5224 μm 인 경우, 에밋턴스에 미치는 영향을 조사하기 위하여 선형편광 위글러에 기인하는 자유전자레이저에서 방사광의 세기(intensity)를 구하여 Figs.3-5에 나타내었다. 에밋턴스가 방사광의 세기에 미치는 영향을 조사하기 위하여 규격화된 에밋턴스가 각각 1mm·mrad (Fig. 3), 5 mm·mrad (Fig. 4) 및 10 mm·mrad (Fig. 5) 인 경우를 계산하였다.

Figure 3 과 Fig. 4와 같이 에밋턴스가 5mm·mrad 인 경우는 에밋턴스가 1mm·mrad 인 경우에 비해 약 50%정도 세기가 감소하였다. 그러나, Fig. 3 과 Fig. 5와 같이 10mm·mrad 인 경우는 에밋턴스가 1mm·mrad 인 경우에

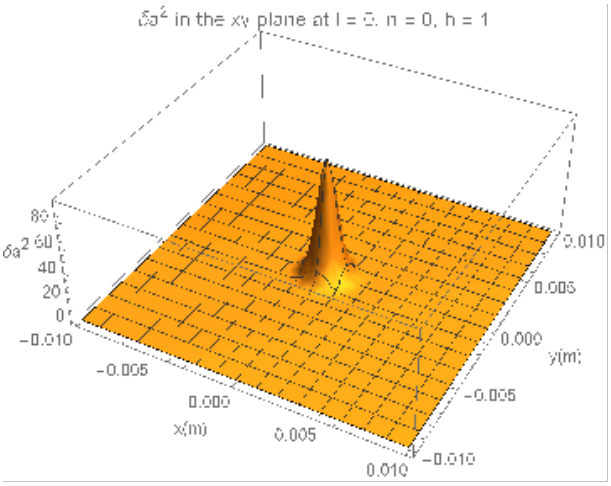

Fig. 3. (Color online) The intensity of radiation field with linearly polarized wiggler on the normalized emittances of 1mm·mrad.

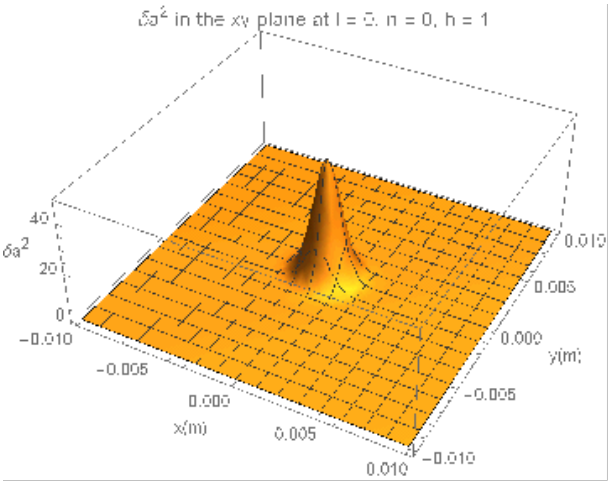

Fig. 4. (Color online) The intensity of radiation field with linearly polarized wiggler on the normalized emittances of 5mm·mrad.

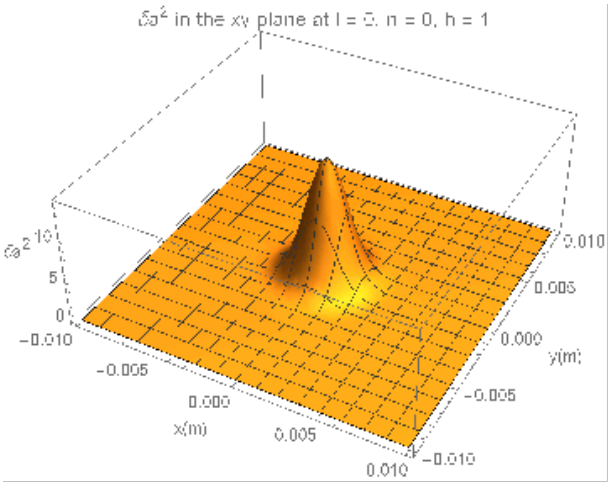

Fig. 5. (Color online) The intensity of radiation field with linearly polarized wiggler on the normalized emittances of 10mm·mrad.

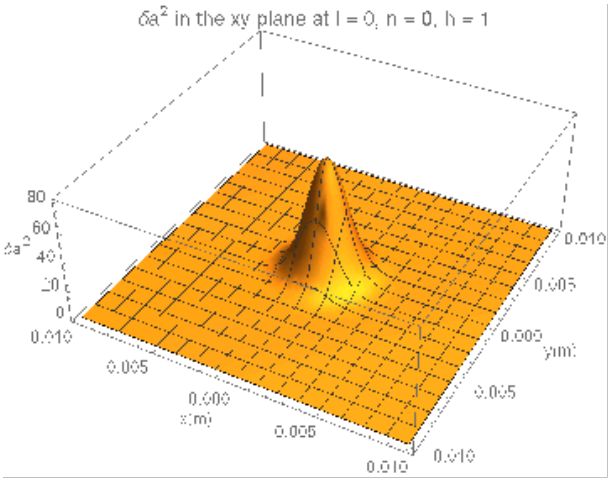

Fig. 6. (Color online) The intensity of radiation field with normal wiggler on the normalized emittances of 1mm·mrad.

비해 약 80%정도 세기가 급격히 감소함을 알 수 있었다. 따라서 에밋턴스가 10 mm·mrad 이상인 경우에는 방사광의 세기가 급격히 감소함으로 최소한 에밋턴스는 10 mm·mrad 이내로 할 필요가 있다.

선형편광 위글러에 기인하는 자유전자레이저에서 방사광의 세기(intensity)와 보통 사용되는 일반적인 위글러의 방사광 세기를 비교하였다. 일반적인 방사광의 세기를 에밋턴스가 1mm·mrad 인 경우에 계산한 결과를 Fig. 6에 나타내었다. Figure 3 과 Fig. 6과 같이 에밋턴스가 1mm·mrad 인 경우에 선형편광 위글러에 기인하는 자유전자레이저에서 방사광의 세기는 일반적인 위글러의 방사광 세기에 비해 약 9% 증가함을 알 수 있었다. 파장에 대한 규격화된 방사광의 세기를 Fig. 7에 나타내었다. Figure 7에서 $\delta A_{\rm avg} = \frac{mc^2}{e}\delta a_{\rm avg}$로서 규격화된 평균 방사광의 세기를 나타낸다. 방사광의 공명진동수가 3.5224 m일 경우에 방사광의 세기가 최대값을 갖는다는 것을 알 수있다.

III. 결 론 (CONCLUSIONS)

맥스웰 방정식과 선형편광 위글러의 자기장으로부터 확장된 3차원 자유전자레이저 다 입자 궤도추적 시뮬레이션 코드를 사용하여 선형편광 위글러에 기인하는 방사광의 세기를 구하였다. 기본 모드인 경우 3.5MW로서 높은 출력을 얻었고 고차 모드인 경우 0.1MW에 비해 큰 차이를 보였다.

전자 빔과 방사광의 상호작용에 의한 최적화된 방사광의 편광을 계산하였고, 위글러 끝으로 갈수록 선형 편광된 방사광의 모양을 볼 수있었다.

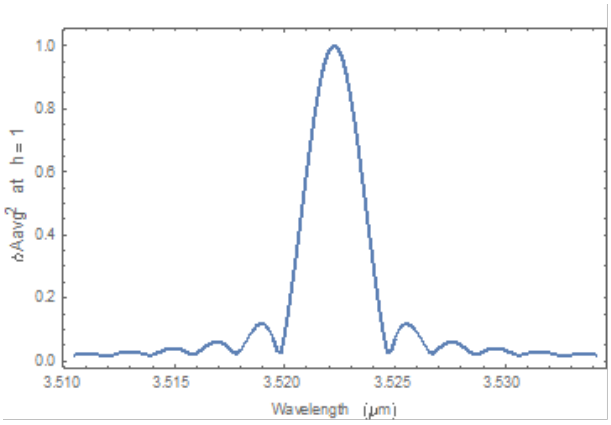

Fig. 7. (Color online) The normalized intensity of radiation field with respect to the wavelength with linearly polarized wiggler on the normalized emittances of 1mm·mrad.

에밋턴스에 미치는 영향을 조사하기 위하여 선형편광 위글러에 기인하는 자유전자레이저에서 방사광의 세기를 구하였다. 빔 에밋턴스가 10 mm·mrad 인 경우는 에밋턴스가 1mm·mrad 인 경우에 비해 약 80%정도로 세기가 급격히 감소함으로 최소한 에밋턴스는 10 mm·mrad 이내로 할 필요가 있다. 선형편광 위글러에 기인하는 자유전자레이저에서 최적화된 방사광의 세기는 일반적인 위글러의 방사광 세기에 비해 약 8%이상 증가함을 알 수 있었다. 또한 개발된 3차원 코드를 사용하여 퓨리어 변환에 의한 방사광의 파장에 대한 방사광의 세기를 구하였고, 방사광의 공명진동수가 3.5224 μm일 경우에 방사광의 세기가 최대값을 갖는다는 것을 알 수있었다.

특히 자유전자레이저에서 선형편광 위글러에 기인하는 방사광의 편광특성을 연구하기 위하여 해석적인 식을 유도하였고, 기존 방법과 달리 광학장에 대한 경우는 가우스 모드를 확장하는 방법을 사용하였고, 다 입자 추적을 위한 시뮬레이션 방법인 경우는 뉴튼-로렌쯔(Newton-Lorentz) 힘 방정식을 사용하여 광학계, 에밋턴스(emittance), 에너지 퍼짐성(energy spread), 고차 모드 및 광학적인 회절(optical diffraction)을 설명 할 수 있는 3차원 효과를 포함하는 3차원 자유전자레이저 코드를 개발하여 빔과 편광 방사광의 상호작용 효과를 연구한 점은 중요한 연구결과로서 타 연구에 활용될 것으로 생각된다.

ACKNOWLEDGEMENTS

This research was supported by the Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education (NRF-2020R1I1A3051988).

REFERENCES

[1] S. K. Nam, Laser and Particle Beams, **36**, 448 (2018).
[2] S. K. Nam, Japanese J. Appl. Phys. **54**, 056202 (2015).
[3] S. K. Nam and J. Nfor, Japanese J. Appl. Phys. **49**, 076401 (2010).
[4] J. Bahrdt *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. A **467**, 21 (2001)
[5] C. Benabderrahmane *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. A, **575**, 33 (2007)
[6] L. Nahon *et al.*, J. Synchrotron Radiat. **19**, 508 (2012).